

Zusammenfassung der Dissertation

„Einige Untersuchungen zur Struktur von J -Potapovfolgen“

von Uwe Raabe

Die Thematik der Arbeit ist in der Schuranalysis angesiedelt. Hierbei handelt es sich um eine mathematische Richtung, deren Ursprünge bereits am Anfang des 20. Jahrhunderts zu verzeichnen sind. In dieser Phase setzte eine intensive Behandlung von Momentenproblemen und klassischen Interpolationsaufgaben der Funktionentheorie ein.

Angeregt durch die Bedürfnisse von Elektrotechnik und Signalübertragungstechnik entwickelte sich in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts der Wunsch, Matrix- und Operatorversionen von Interpolations- und Momentenproblemen zu behandeln. Diese stehen im Mittelpunkt jenes mathematischen Gebietes, welches heute „Schuranalysis“ genannt wird. Es zeigt sich, daß die Lösungsmengen einer Vielzahl von matriziellen Interpolationsproblemen sich mit Hilfe einer gebrochenlinearen Transformation darstellen lassen, deren erzeugende Matrixfunktion eine geeignet aus den Ausgangsdaten konstruierte Funktion der J -Potapovklasse ist.

Die vorliegende Dissertation ist nun speziell vor dem Hintergrund des Interpolationsproblems für Funktionen der J -Potapovklasse, welche in einer Umgebung von Null holomorph sind, geschrieben. Eine nähere Untersuchung dieser Funktionenklasse zeigt, daß die Taylorkoeffizientenfolgen derartiger Funktionen dadurch gekennzeichnet sind, daß alle sukzessiven Abschnittsmatrizen eine gewisse J -Kontraktivitätseigenschaft besitzen. Diese Beobachtung führt in natürlicher Weise auf die Betrachtung endlicher Folgen mit dieser Eigenschaft. Diese Folgen, welche J -Potapovfolgen genannt werden, bilden das zentrale Objekt der Dissertation. Im Mittelpunkt steht dabei in Kapitel 1 das Problem der Bestimmung aller J -Potapovschen Einschritterweiterungen einer J -Potapovfolge. Durch eine geeignete Verallgemeinerung der in der Arbeit Fritzsche/Kirstein [FK] entwickelten Methodik, welche spezifisch auf das dort behandelte Erweiterungsproblem für Schurfolgen zugeschnitten ist, gelingt in Abschnitt 1.3 eine vollständige Beschreibung der Lösungsmenge des genannten Erweiterungsproblems für J -Potapovfolgen in Gestalt eines Matrizenkreises.

Hieran anknüpfend wird insbesondere jene Fortsetzung näher studiert, welche durch die Wahl des Mittelpunktes des Matrizenkreises erzeugt wird. Es zeigt sich, daß diese Fortsetzung eine Reihe von Extremaleigenschaften besitzt. In Abschnitt 1.5 wird eine Parametrisierung einer J -Potapovfolge durch eine Folge kontraktiver Parameter (im folgenden Schurparameter genannt) hergeleitet. Die Schurparameterfolge vermittelt wesentliche Informationen über die Struktur einer J -Potapovfolge. Insbesondere ist in Termen der Schurparameter eine wirkungsvolle Charakterisierung der Zentralität einer J -Potapovfolge möglich. Dem Studium zentraler J -Potapovfolgen ist Abschnitt 1.6 gewidmet. Die in Theorem 1.6.1 enthaltenen rekursiven Formeln für die Elemente J -zentraler Potapovfolgen stellen ein weiteres Hauptresultat der Arbeit dar.

In Kapitel 2 wird eine Diskussion unendlicher J -Potapovfolgen vorgenommen. Unter wesentlicher Heranziehung von Resultaten aus Kapitel 1 erfolgen eine detaillierte Beschreibung der Struktur einer unendlichen J -Potapovfolge sowie eine ausführliche Diskussion zentraler unendlicher J -Potapovfolgen.

Literatur

[FK] Fritzsche, B.; Kirstein, B.: *A Schur type matrix extension problem*, Part I: Math. Nachr. **134** (1987), 257–271.