

Zusammenfassung der Dissertation zu Néelschen Wänden und Regularität im Mikromagnetismus dünner Filme

Eine typische Eigenschaft ferromagnetischer Körper ist ihre innere Aufspaltung in Bereiche, in denen die Magnetisierung, gegeben durch ein Richtungsfeld $m : \Omega \rightarrow \mathbb{S}^2$, sich nur langsam ändert, die sogenannten magnetischen Domänen oder Weisschen Bezirke. Diese werden durch dünne Übergangsschichten, sogenannte Domänenwände, getrennt. Magnetische Domänenwände können interessante interne Strukturen aufweisen, die Auswirkungen auf die magnetische Mikrostruktur haben können. Die einfachsten unter ihnen sind eindimensionale Wände, die zwei Gebiete entgegengesetzter Magnetisierung trennen. Es gibt zwei prototypische Übergangsarten: die Blochsche Wand, in der die Magnetisierung senkrecht zur Übergangsachse dreht. Sie wird in ausgedehnten Körpern beobachtet und kann mittels Techniken der Gewöhnlichen Differentialgleichungen berechnet werden. Die Néelsche Wand hingegen, in der der Übergang völlig planar erfolgt, wird in gewissen Bereichen dünner Filme beobachtet. Im Gegensatz zu der Blochschen Wand müssen magnetische Ladungen und die daraus resultierende Feldenergie berücksichtigt werden. So stellt das zugehörige Variationsprinzip ein nichtlokales Mehrskalproblem dar. Überraschenderweise kann der Néelsche Phasenübergang mittels Methoden der Partiellen Differentialgleichungen, insbesondere kritischer Sobolev Einbettungen, multilinearer harmonischer Analysis und Symmetrisierung, vollständig bestimmt werden: Mit einer Kombination dieser Techniken, werden die Ausbildung des langen logarithmischen Ausläufers eines Néelschen Wandprofils, dessen Skalierungsgesetze in allen beteiligten Systemparametern und das renormierte Grenzverhalten analysiert.

Der zweite Teil dieser Dissertation widmet sich einem Regularitätsproblem des dünnen Film Limes, ein Variationsproblem, das kürzlich von A. DeSimone, R.V. Kohn, S. Müller und Felix Otto mittels Gamma-Konvergenzmethoden hergeleitet wurde. Dieses Modell beschreibt die Reaktion dünner ferromagnetischer Filme auf ein äußeres Magnetfeld. Das zugehörige Variationsprinzip ist stark degeneriert und läßt sehr viele und insbesondere unstetige Lösungen zu. Die Beantwortung wichtiger qualitativer Fragen zu diesem Modell bedarf höherer Regularität eines Minimierers. Da das beteiligte Funktional jedoch nur von der distributionellen Divergenz, der magnetischen Oberflächenladung, abhängt, kann man nur höhere Regularität des eindeutig bestimmten Gradientenanteils $\mathcal{H}(m)$, der Helmholtz-Projektion der Magnetisierung m , erwarten. Die Schwierigkeit eines Regularitätsbeweises besteht in der Inkompatibilität der nichtlokalen Helmholtz-Projektion und der punktwisen relaxierten Nebenbedingung $|m| \leq 1$. Dieser gelingt jedoch mit Hilfe einer dualen Formulierung auf der Grundlage des magnetostatischen Potentials, welches durch die vektorielle Riesz-Transformation mit der Magnetisierung verknüpft ist.

Christof Melcher