Zusammenfassung der Dissertation

Pricing and Hedging of Credit Derivatives in a Model with Interacting Default Intensities: A Markovian Approach

Jochen Backhaus

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein dynamisches Kreditrisikomodell vorzustellen, welches es erlaubt, die bei einem Ausfall eines Unternehmens induzierten Ansteckungseffekte auf die Kreditqualität verbleibender Firmen sowie Häufungseffekte von Ausfällen eines Portfolios von Firmen zu betrachten. Dabei werden numerische Beispiele hauptsächlich für CDSs und CDOs als typische Vertreter von Single-Name- und Portfoliokreditderivaten angegeben.

Das erste Kapitel gibt einen Überblick über die Funktionsweise von Kreditderivaten und über die in der Literatur zu findenden dynamischen Kreditrisikomodelle. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Klasse der reduzierten Modelle, zu der auch das im weiteren Verlauf der Arbeit präsentierte Modell gehört.

In Kapitel 2 wird ein dynamisches Kreditrisikomodell vorgestellt, in welchem die Defaultintensitäten der Ausfallzeiten explizit gegeben sind. Dabei wird die Defaultintensität als Funktion des Defaultindikatorprozesses modelliert. Es wird die Annahme gemacht, dass der Defaultindikatorprozess einem Markovprozess folgt und dass nicht gleichzeitig mehrere Sprünge des Defaultindikatorprozesses möglich sind. Mit Hilfe von Markovprozesstechniken, z.B. den Kolmogorovgleichungen, lassen sich Ausfallwahrscheinlichkeiten berechnen. Zur Reduktion der Komplexität wird im weiteren Verlauf eine homogene Gruppenstruktur des Portfolios angenommen, so dass sich der Defaultindikatorprozess zum Defaultanzahlprozess reduzieren lässt. Die Defaultintensitätsfunktionen werden dann konkret spezifiziert, diese hängen exponentiell von der Anzahl der Ausfälle ab. Dieses Modell wird „*convex counterparty-risk model*" genannt. Es werden Bewertungsbeispiele von Kreditderivaten für verschiedene Konvexitäten angegeben und mit dem in der Praxis häufig verwandten Einfaktor-Gauß-Copulamodell verglichen. Es wird gezeigt, dass das Modell die sogenannte Correlation Skew beschreiben kann.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Absicherung von synthetischen CDO-Tranchen durch die zugrundeliegenden CDSs. Zunächst wird der in der Praxis verwandte statische Ansatz von Sicherungsstrategien für CDO-Tranchen über Sensitivitäten, also Wertveränderungen der CDO-Tranchen bei Veränderungen der CDS-Spreads bzw. bei Ausfall eines Assets, untersucht. Diese Kennzahlen werden für das Markovmodell ermittelt und mit dem Einfaktor-Gauß-Copulamodell verglichen. Es wird gezeigt, dass die Ansteckungseffekte zu wesentlich anderen Absicherungsstrategien führen.

Da das in Kapitel 2 eingeführte Markovmodell kein Marktpreisrisiko generiert, wird nun ein weiterer Markovprozess eingeführt, welcher als makroökonomischer Faktorprozess interpretiert werden kann. Die Defaultintensitäten hängen nun vom Defaultindikator- bzw. Defaultanzahlprozess und von diesem Faktorprozess ab. Da die Absicherung gegen Marktpreisänderungen und gegen Firmenausfälle in der Regel zu unvollständigen Märkten führt, wird zur Ermittlung einer dynamischen Absicherungsstrategie auf den Ansatz der risikominimierenden Hedgingstrategie zurückgegriffen. Hierbei untersuchen wir für den Faktorprozess drei Fälle: einen deterministischen Prozess, einen Markovprozess mit endlichem Zustandsraum und eine Diffusion. In allen drei Fällen suchen wir zunächst nach einer Darstellung der diskontierten Gewinnprozesse der CDO-Tranchen und der CDSs als stochastische Integrale bzgl. bestimmter Martingale, um daraus die quadratischen Kovariationen zwischen den diskontierten Preisprozessen zu ermitteln. Aus diesen quadratischen Kovariationen lassen sich die dynamischen Hedgingstrategien leicht ableiten. Im Falle des Markovmodells mit deterministischem Faktorprozess kann man mit Hilfe der Theorie markierter Punktprozesse die diskontierten Gewinnprozesse als stochastische Integrale darstellen. Folgt der Prozess einem Markovprozess mit endlichem Zustandsraum, so betrachten wir das Zählmaß des aus Defaultindikator- und Faktorprozess zusammengesetzten Markovprozesses, sowie das zugehörige vorhersagbare kompensierte Zählmaß. Bezüglich dieser Maße lässt sich eine stochastische Integraldarstellung finden. Im Falle, dass der Faktorprozess ein Diffusionsprozess ist, gelangt man durch Anwendung der Itô-Formel und durch Ausnutzung der Martingaleigenschaft zu einer Integraldarstellung.